

Fonction - Généralités

JP Vallon

Lycée Gaspard Monge - Savigny sur Orge

2011

Lignes directrices

- 1 Proportionnalité
- 2 Le rôle de la définition en mathématiques
- 3 Fonction affine
- 4 Modélisation

Un problème concret :

Les caractéristiques d'un four électrique pour la cuisson d'un poulet sont les suivantes :

Pour un poulet de 1,5 kg le temps de cuisson conseillé est de 80 minutes

Problème :

Quel est le temps de cuisson pour un poulet de 1,2 kg ?

Un problème concret :

Faisons l'**hypothèse** de la proportionnalité entre le temps de cuisson et le poids

Poids (g)	Temps (min)
1500	80
1200	T

D'où l'égalité :

$$\frac{1500}{1200} = \frac{80}{T}$$

$$\text{Donc } 1500 \times T = 1200 \times 80 \text{ donc } T = \frac{1200 \times 80}{1500} = 64 \text{ min}$$

Généralisation

Remplaçons 1200 g par un poids **P** quelconque :
Avec la même méthode on obtient alors :

$$T = \frac{P \times 80}{1500} = \frac{8}{150} \times P$$

on dit alors que T s'exprime **en fonction** de P sous la forme d'une relation linéaire :

$$\underbrace{P}_{\text{antecedent}} \xrightarrow{f} \underbrace{T}_{\text{image}} = f(P) = \frac{8}{150} \times P$$

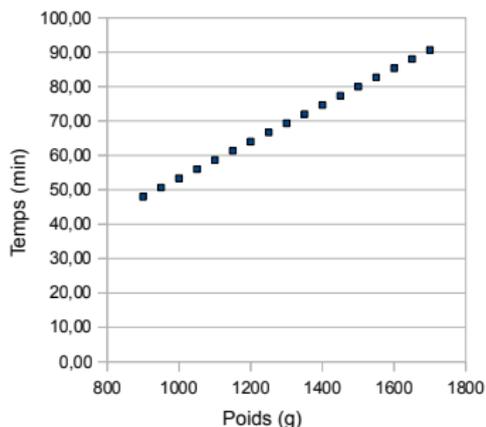
Courbe représentative d'une fonction

Calculons quelques valeurs à partir de la relation précédente

Poids (g)	Temps (min)
900	48,00
950	50,67
1000	53,33
1050	56,00
1100	58,67
1150	61,33
1200	64,00
1250	66,67
1300	69,33
1350	72,00
1400	74,67
1450	77,33
1500	80,00
1550	82,67
1600	85,33
1650	88,00
1700	90,67

Courbe représentative d'une fonction

Plaçons les points dans un repère, nous obtenons une "image" de la fonction ?



Cela ressemble à une droite ? Mais qu'est ce qu'une droite ?

Quelques définitions

Il faut des définitions non **ambiguës**

Définition : On appelle nombres réels l'ensemble de tous les nombres utilisés et on note cet ensemble \mathbb{R}

Définition : Un **point du plan** sera la donnée de deux nombres réels

Deux points sont toujours alignés.

Définition : Une **droite** est un ensemble de points **alignés**

Définition : **Trois** points sont alignés si les segments $[AB]$ et $[AC]$ ont même **pente**

Définition : Soit deux points $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$ la **pente** du segment $[AB]$ est défini par :

$$\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$$

Fonction affine

Définition : Soit a et b deux réels . Une fonction affine est définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = ax + b$

Exemples : $f(P) = \frac{8}{150} \times P$ ou encore

$$P \xrightarrow{f} T = 0,37 * P - 22,8$$

Fonction affine et droite

Définition : $[c; d]$ désigne les réels x tels que $c \leq x \leq d$. On appelle cela un intervalle

Définition : Relativement à un repère (O, I, J) l'ensemble des points $(x, f(x))$ où $x \in [c; d]$ est la représentation graphique de la fonction f sur $[c; d]$

Propriété : La représentation graphique C_f d'une fonction affine est une droite

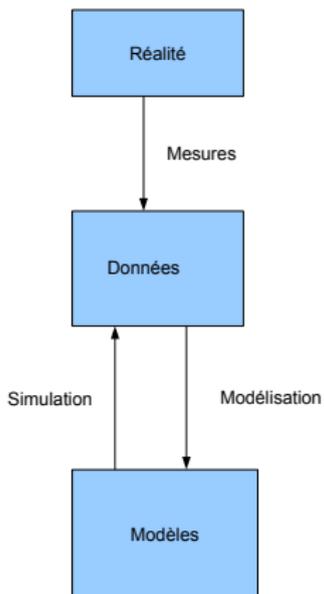
Définition : On dit alors que la droite C_f a pour équation $y = ax + b$ où a est la pente et b l'ordonnée à l'origine

Le projet de Galilée

Galilée (mathématicien, physicien et astronome italien ((1564-1642)) :

" la Philosophie est écrite dans cet immense livre qui se tient toujours ouvert devant nous , je veux dire l'univers, mais on ne peut le comprendre si l'on ne s'applique d'abord à en comprendre la langue et à connaître les caractères avec lesquels il est écrit. **Il est écrit , dans la langue mathématique et ses caractères sont des triangles, des cercles et autres figures géométriques sans le moyen desquels il est humainement impossible d'en comprendre un mot.**

De la réalité aux calculs mathématiques



Modélisation

- Modèle = outils mathématiques (fonctions, vecteurs, équations différentielles, etc...)
- Pour **expliquer** les phénomènes, et surtout faire des **prévisions**
- A l'heure actuelle on tente de modéliser le climat sur la Terre pour **prévoir** l'évolution de la température au cours de ce siècle
- On utilise beaucoup de mathématiques et d'informatique

Modélisation

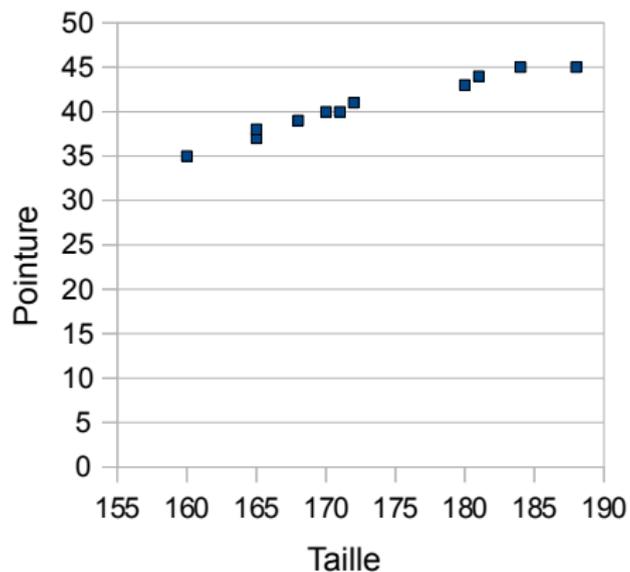
Questions : Y-a-t-il une **relation** entre la taille et la pointure chez un être humain ? Quel est à peu près la pointure de quelqu'un qui mesure 160 cm ? 190 cm ? Quelle taille probable pour une pointure 47 ?

MESURES:

Taille(cm)	Pointure P
160	35
165	37
165	38
168	39
170	40
171	40
172	41
180	43
181	44
184	45
188	45

Des mesures au modèle

Une image nous incite à choisir un modèle affine



Des mesures au modèle

MESURES:

Taille(cm)	Pointure P
160	35
165	37
165	38
168	39
170	40
171	40
172	41
180	43
181	44
184	45
188	45

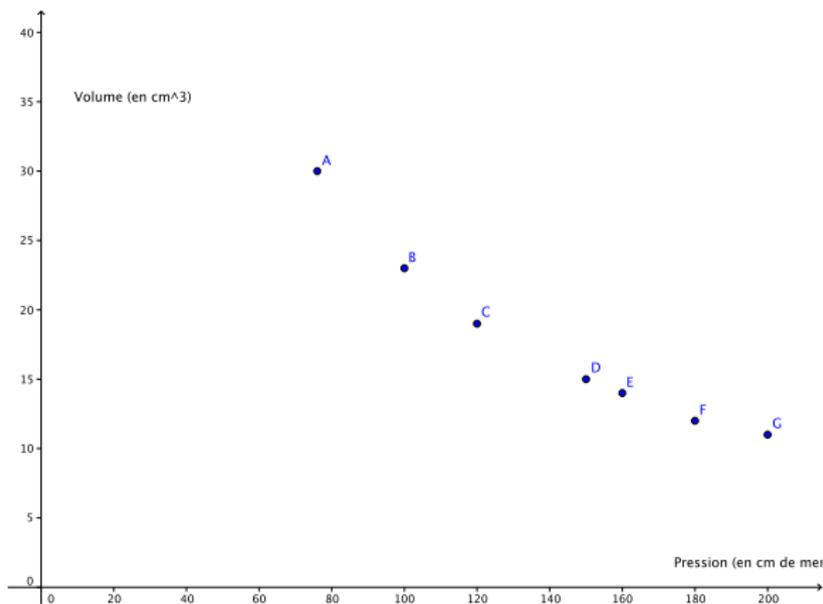
MODELE: $P = 0,37 \cdot T - 22,8$

Taille	Estimation de P
160	36
165	38
165	38
168	39
170	40
171	40
172	41
180	44
181	44
184	45
188	47

Avec la relation $P \xrightarrow{f} T = 0,37 * P - 22,8$ on pourra aller au delà des mesures et répondre aux questions ci-dessus

D'autres fonctions en perspective

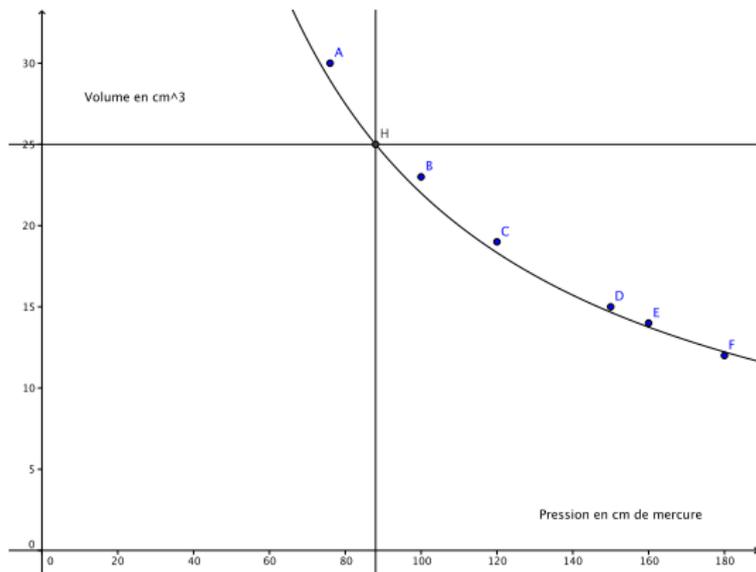
A quelle fonction est associée la courbe ci-dessous ?



Les fonctions font partie du langage mathématique qui permet d'aller au delà de ce graphique

D'autres fonctions en perspective

On "remplace" les mesures par la fonction $V = f(P) = \frac{2200}{P}$



Résoudre graphiquement puis algébriquement $f(P) = 25$