Géométrie dans l'espace

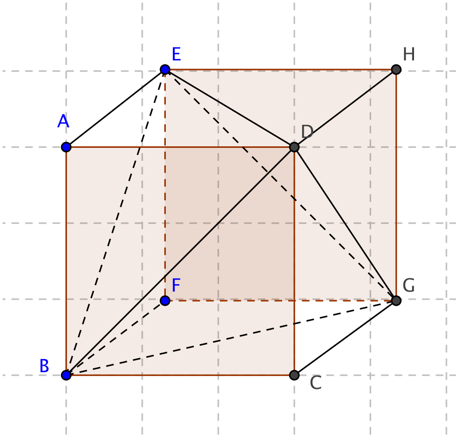
JP Vallon

28 janvier 2013

Problèmes

- Comment dessiner l'espace (3 dimensions) sur une feuille ou un écran (2 dimensions) ?
- Comment se guider dans l'espace avec quels outils , et raisonner juste avec ou sans une représentation qui de toute façon est partiellement fausse ?

- On choisit la perspective cavalière car si deux droites sont parallèles dans l'espace , alors elles le sont aussi sur le dessin en perspective et vice-versa.



Définitions

- Trois points non alignés définissent un plan.
- Deux droites non sécantes définissent un plan.

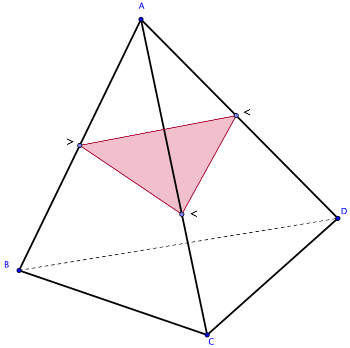
Stratégie :

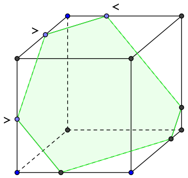
- Dès que possible utiliser ses connaissances de géométrie plane en se plaçant dans un plan approprié. Car dans un plan on peut construire l'intersection de deux droites on peut tracer des parallèles et s'affranchir ainsi de la perspective.

Coplanarité :

Comment être sûr que 4 points = deux droites sont coplanaires ?

- Deux droites qui ne sont ni parallèles ni sécantes ne sont pas coplanaires (cela remettrait en question la géométrie plane !)
- On fait jouer la propriété de parallèlisme droite-droite ou droite-plan





Quelle est la section d' un cube ou d'un tetraèdre ? : la lame passe en 3 points marqués par $>$ ou $<$

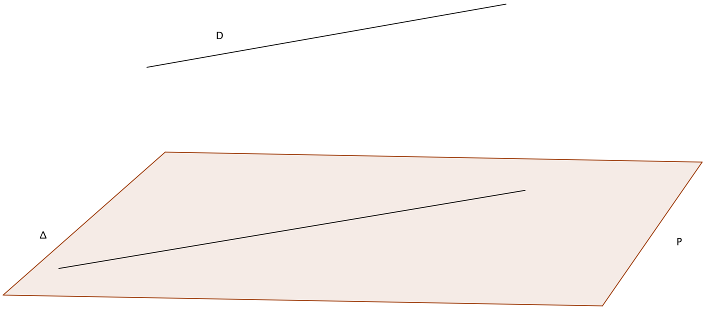
Parallèlisme

Définitions :

- Deux plans dont l'intersection est vide, sont parallèles.
- Une droite qui ne rencontre pas un plan est parallèle à ce plan.

Propriétés :

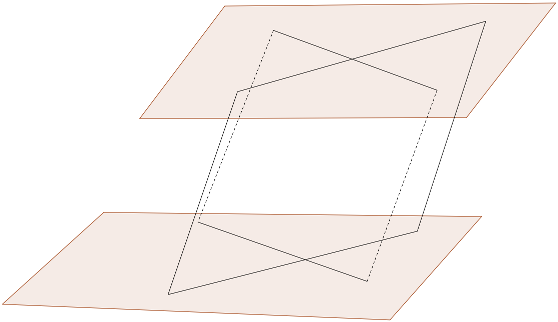
- Pour trois droites $\mathcal{D}_1$, $\mathcal{D}_2$, $\mathcal{D}_3$: Si $\mathcal{D}_1 // \mathcal{D}_2$ et $\mathcal{D}_2 // \mathcal{D}_3$ alors $\mathcal{D}_1 // \mathcal{D}_3$
- Si $D // \Delta$ et $\Delta \subset P$ alors $D // P$



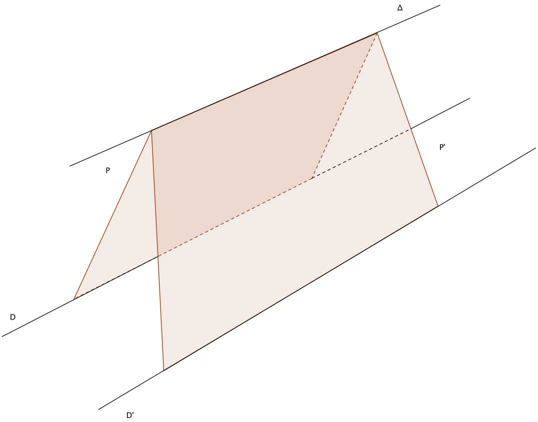
Notation :

- Trois personnages : le point = l'a-tome, la droite = une infinité de points et le plan une infinité de droites
- un point appartient à une droite ou un plan. Symbole –> $\in$
- Une droite est inclus dans un plan. Symbole –> $\subset$

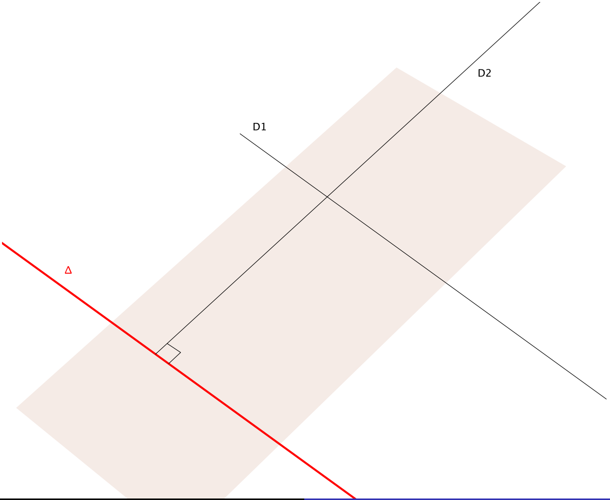
- Un plan coupe deux plans parallèles en deux droites parallèles
- Pour montrer que deux plans sont parallèles il suffit de montrer l'existence dans chaque plan de deux droites sécantes et parallèles deux à deux



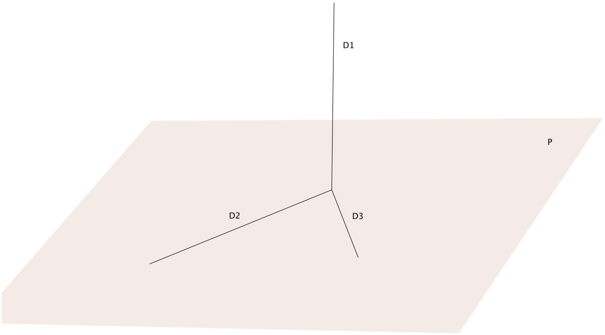
- Deux droites D et D' parallèles contenues respectivement dans deux plans P et P' sécants en une droite Δ , alors les droites D , D' et Δ sont parallèles



Définition : Deux droites D1 et D2 sont orthogonales dans l'espace si on peut se ramener à l'orthogonalité entre deux droites dans un plan en prenant une parallèle à une des deux droites



Définition : Une droite D est orthogonale à un plan P dans l'espace si elle est orthogonale à deux droites sécantes de ce plan



Propriétés :

- Si une droite est orthogonale à un plan alors elle est orthogonale à toute droite de ce plan
- Deux X orthogonales(aux) à un même Y sont parallèles (X ,Y = droite, plan)
- Si deux X sont parallèles alors tout Y orthogonal(e) à l'un est orthogonal(e) à l'autre