

Un calcul par jour pour atteindre la "masse critique"

1. 24/04/2013 :

On rappelle que $e^{i\theta} = \cos(\theta) + i\sin(\theta)$

Vérifier que $\cos(\theta) = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}$. Que vaut $\sin(\theta)$?

2. 25/04/2013

On pose $\text{ch}(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$. (cosinus hyperbolique de x) et

$\text{sh}(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ (sinus hyperbolique de x) pour x réel

On sait que $(\cos(x))^2 + (\sin(x))^2 = 1$ et $(\cos(x))^2 - (\sin(x))^2 = \cos(2x)$

Que vaut $(\text{ch}(x))^2 + (\text{sh}(x))^2$? et $(\text{ch}(x))^2 - (\text{sh}(x))^2$?

3. 26/04/2013

Prévoir l'intervalle de fluctuation contenant la fréquence d'apparition du double six si on lance 100 fois deux dés avec un risque d'erreur de 5 %

4. 27/04/2013

Sous quel angle voit-on deux sommets adjacents (relié par une arête) d'un cube de côté a si on regarde du centre du cube ?

Montrer que cet angle est indépendant de a

(Aide : Utiliser $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\|}$)

5. 28/04/2013

Calculer la limite en $+\infty$ de $\text{ch}(x) - \text{sh}(x)$.

Interprétation géométrique ? (Tracer les courbes des deux fonctions à la calculatrice et observer)

6. 29/04/2013

Quelle est la fonction dérivée de la fonction cosinus hyperbolique ? Quelle est la fonction dérivée de la fonction sinus hyperbolique ?

7. 30/04/2013

Soit P le plan d'équation cartésienne : $x + y + z + 1 = 0$ relativement à un repère orthonormé.

(a) Donner une équation cartésienne de votre choix d'un plan P' parallèle à P

(b) Montrer que le plan P'' d'équation $y = 1$ coupe P et P' en deux droites parallèles

8. 01/05/2013

Soit X une variable aléatoire suivant la loi normale centrée réduite. Trouver a tel que $P(-a \leq X \leq a) = 1 - \alpha$ avec $\alpha = 0,01$

Prévoir l'intervalle de fluctuation contenant la fréquence d'apparition du double six si on lance 900 fois deux dés avec un risque d'erreur de 1 %.

Est on sûr que la fréquence sera dans cet intervalle ?

9. 02/05/2013
 Calculer $I_n = \int_0^n (\operatorname{ch}(x) - \operatorname{sh}(x)) dx$ puis faire tendre n vers $+\infty$
 Interprétation géométrique ?
10. 03/05/2013
 Soit le nombre complexe $z = 1 - \sqrt{3}i$
 Est ce que z^{2013} est un réel ?
11. 04/05/2013
 Dans un jeu de 32 cartes je prends 5 cartes simultanément (sans ordre).
 Combien ai-je de possibilités ? Quelle est la probabilité d'avoir une paire ?
12. 05/05/2013
 Soit la suite de Fibonacci définie par récurrence par $F_0 = 1$ et $F_1 = 1$ et
 $F_{n+1} = F_n + F_{n-1}$ pour $n \geq 1$
 On pose $u_n = \frac{F_n}{F_{n-1}}$ pour $n \geq 1$
 Vérifier que $u_1 = 1$.
 Vérifier que $u_n = 1 + \frac{1}{u_{n-1}}$ pour $n \geq 2$ Démontrer par récurrence que

$$u_n = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots \frac{1}{1 + 1}}}$$
 avec $n - 1$ traits de fraction
13. 06/05/2013
 On veut calculer $I = \int_0^1 (e^x \cos(x)) dx$. Pour cela on va calculer $K = I + iJ$
 avec $J = \int_0^1 (e^x \sin(x)) dx$. puis faire $I = \operatorname{Re}(K)$
 Vérifier que $K = \int_0^1 (e^{x(i+1)}) dx$.
 Par analogie avec ce qui se passe pour les fonctions exponentielles définies
 sur $\mathbb{R}$ conjecturer une primitive de $e^{x(i+1)}$ puis calculer K puis I
14. 07/05/2013
 Mr Brainwatch a gagné les élections municipales avec un score de 52 %. Si
 j'interroge au hasard 100 personnes dans la ville puis je avoir une fréquence
 f de personnes ayant voté pour lui inférieure ou égale à 0,48 avec un risque
 d'erreur de 5 % (de 1 %) ?
15. 08/05/2013
 Soit A et B deux points quelconque d'abscisses respectives a et b de la
 parabole d'équation $y = x^2$. Soit I le point de la parabole d'abscisse $\frac{a+b}{2}$
 Montrer que la tangente à la parabole au point I est parallèle à la droite
 (AB)
16. 09/05/2013
 Montrer que les fonctions f et $\sqrt{f}$ ont même sens de variations ? Est ce que
 f et f^2 aussi ?

1. 10/05/2013

Le 18 avril 2002, l'institut IPSOS effectue un sondage dans la population en âge de voter. On constitue un échantillon de 1000 personnes. Les résultats partiels en sont les suivants : Sur les 1000 personnes 135 ont déclaré vouloir voter pour Jean-Marie Le Pen 195 ont déclaré vouloir voter pour Jacques Chirac 170 ont déclaré vouloir voter pour Lionel Jospin.

A partir de ce sondage, avec un risque d'erreur de 5 % (1 %) pouvait on prévoir ce qui allait arriver trois jours plus tard ?

2. 11/05/2013

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 + 2x - 3 = 0$

En déduire les solutions de $e^{2x} + e^x - 3 = 0$,

puis celles de $(\ln(x))^2 + \ln(x) - 3 = 0$

3. 12/05/2013

Calculer la fonction dérivée de la fonction f définie sur par

$$f(x) = \sqrt{x(20-x)}(10-x)^2$$

En déduire le tableau de variations

En déduire que f admet un maximum.

Dans un disque en carton de rayon 10 cm on enlève un secteur angulaire d'angle α en degré pour faire le patron d'un cône. ($\alpha \in [0; 90]$) En admettant

$$\text{que le volume } V \text{ du cône obtenu vaut : } V = \frac{1}{3}\pi\sqrt{\frac{\alpha}{36}}(20 - \frac{\alpha}{36})(10 - \frac{\alpha}{36})^2$$

pour quel angle α a-t-on un volume maximal ?

4. 13/05/2013

On lance un dé à 6 faces 3 fois. On note d_1 , d_2 et d_3 les résultats et on forme une équation d'un plan $P : d_1x + d_2y + d_3z = 0$

On recommence pour former une autre équation de plan

$$P' : d'_1x + d'_2y + d'_3z + 1 = 0$$

Quelle est la probabilité que P et P' soient parallèles

5. 14/05/2013

Tracer les courbes des fonctions f_1, f_2, f_3 et f_4 définies par $f_1(x) = \ln(x)$ et $f_n(x) = \ln(f_{n-1}(x))$ pour $n \geq 1$.

Émettre des conjectures à propos de l'équation $f_n(x) = 0$ et de la croissance comparée des fonctions f_n

6. 15/05/2013

Que pensez vous de cette affirmation vue sur une page Web :

Y a-t-il un gaucher dans la classe ? Oui ! Si la classe est composée de 10 élèves au moins

(on suppose qu'il y a 13% de gauchers dans la population française)

7. 16/05/2013

Étudier la parité et la périodicité de f définie par $f(x) = e^{-\cos(x)}$ sur $\mathbb{R}$.

Construire le tableau de variations de f sur $[0; \pi]$

8. 17/05/2013
 Etudier les limites en $+$ ou $-\infty$ de la fonction g définie par $g(x) = xe^{x-1} + 1$
 Montrer que $f'(x) = (x+1)e^{x-1}$. Dresser le tableau de variations.
 Contrôler à la calculatrice
9. 18/05/2013
 Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 2z + 5 = 0$
 Soit A,B,C les points d'affixes $a = 1 + 2i$, $b = \bar{a}$ et $c = 1 + \sqrt{3} + i$
 Calculer $\frac{b-c}{a-c}$ et donner le résultat sous forme algébrique, en déduire la nature du triangle ABC
10. 19/05/2013
 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x - \ln(x^2 + 1)$
 Résoudre $f(x) = x$
 Etudier le sens de variations de f sur $[0;1]$. En déduire que si $x \in [0;1]$ alors $f(x) \in [0;1]$
11. 20/05/2013
 Un joueur joue n parties identiques et indépendantes d'un jeu. La probabilité p qu'il gagne à une partie séparément est 0,42. On note X la variable aléatoire qui comptabilise le nombre de parties gagnées par le joueur parmi les n parties et p_n la probabilité que le joueur gagne au moins une fois au cours des n parties
 Justifier que X suit une loi binomiale dont on donnera les paramètres
 Exprimer p_n en fonction de n . Déterminer le nombre minimal de parties que le joueur doit jouer afin que la probabilité de gagner au moins une fois soit supérieure à 99 %
12. 21/05/2013
 Soit $I_n = \int_0^1 x^n e^{x^2} dx$ avec $n \in \mathbb{N}$
 Calculer I_1
13. 22/05/2013
 Voir exercice précédent et s'inspirer de l'exercice Analyse bac blanc n°2
 Montrer que pour tout n $I_n \geq 0$
 Montrer que la suite I_n est décroissante en déduire que la suite est convergente
14. 23/05/2013
 Dans un repère orthonormé on considère les points $I(1; \frac{1}{3}, 0)$, $J(0; \frac{2}{3}, 1)$, $K(\frac{3}{4}, 0, 1)$ et $L(a, 1, 0)$ avec a réel
 Déterminer une représentation paramétriques des droites (IJ) et (KL)
 Démontrer que les droites (IJ) et (KL) sont sécantes si et seulement si $a = \frac{1}{4}$

15. 24/05/2013

On considère la fonction g définie sur $I =]0; +\infty[$ par $g(x) = 2x^3 - 1 + 2\ln(x)$

Etudier les variations de g sur I

Justifier qu'il existe un unique réel a tel que $g(a) = 0$. Donner une valeur approchée de a arrondie au centième

En déduire le signe de g sur I

16. 25/05/2013

Une urne contient des boules indiscernables au toucher 20 % des boules portent le numéro 1 et sont rouges, les autres portent le numéro 2 et parmi elles 10% sont rouges et les autres sont vertes.

(a) On tire une boule au hasard, quelle est la probabilité qu'elle soit rouge

(b) On a tiré une boule au hasard. Elle est rouge. Montrer que la probabilité qu'elle porte le numéro 2 est $\frac{2}{7}$

17. 26/05/2013

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \ln(1 + e^{-x}) + \frac{1}{3}x$

(a) Limites en $-$ et $+\infty$ et sens de variations sur $\mathbb{R}$

(b) Soit D la droite d'équation $y = \frac{1}{3}x$. Etudier la position relative de D et de la courbe de f

18. 27/05/2013

Forme algébrique et exponentielle de $z = \frac{1 + i\sqrt{3}}{2 - 2i}$

Existe-t-il un entier n tel que z^n soit un réel ?

19. 28/05/2013

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormal on considère les plans P et Q d'équations respectives $y = x + 2$ et $z = 3 - 2y$

(a) Montrer que P et Q se coupent suivant une droite D dont on donnera une représentation paramétrique

(b) Est-ce que D coupe l'axe des ordonnées ?

(c) Donner une équation cartésienne du plan contenant D et l'origine O du repère

20. 29/05/2013

Soit $\int_1^n \frac{\ln(t)}{t^2} dt$

(a) Calculer la fonction dérivée de $\frac{\ln(x)}{x}$ en déduire I_1

(b) En déduire l'expression de I_n en fonction de n

(c) Que vaut la limite de I_n quand n tend vers plus l'infini ?

21. 30/05/2013

On considère les points A, B et C d'affixes respectives $a = 2$, $b = 3 + i\sqrt{3}$ et $c = 2i\sqrt{3}$

- (a) Déterminer une mesure de l'angle ABC
- (b) En déduire que l'affixe ω du centre Ω du cercle circonscrit au triangle ABC est $1 + i\sqrt{3}$

22. 31/05/2013

On considère la famille de fonctions $F_{p,k}(x) = \int_0^x t^p e^{-kt} dt$ définie sur $[0; +\infty[$ avec k et $p \in \mathbb{N}$

- (a) Que vaut $F_{p,k}(0)$ pour tout p et tout k entiers ?
- (b) Que vaut $F_{0,k}(1)$?
- (c) Que vaut la limite de $F_{0,k}(x)$ quand x tend vers plus l'infini ?
- (d) Montrer qu'une primitive de te^{-kt} est $\frac{e^{-kt}}{k}(-t - \frac{p}{k})$ en déduire $F_{1,k}(1)$
- (e) Montrer que $F_{p,k}$ est croissante sur $[0; +\infty[$ pour tout p et k