Préparation du Bac blanc 2012 / TSTI

Exercice 1 (5 points)

Une usine rectifie des pièces d'horlogerie . A l'issue du processus de fabrication une pièce peut présenter 0, 1, 2 ou 3 défauts.

Soit D la variable aléatoire ayant pour valeur le nombre de défauts d'une pièce tirée au hasard dans un lot. La loi de D est définie par le tableau suivant :

D	0	1	2	3
$P(D=)$	0,920	0,06	0,016	0,004

1. Calculer l'espérance mathématique de D.
2. Calculer la variance, puis l'écart-type de D.

Le prix de vente d'une pièce dépend du nombre de défauts qu'elle présente.

Nombre de défauts	0	1	2	3
Prix de vente (€)	5	3	2	1

Soit V la variable aléatoire ayant pour valeur le prix de vente d'une pièce tirée au hasard dans un lot.

1. Déterminer la loi de probabilité de V.
2. Calculer l'espérance mathématique de V. Interpréter ce nombre.

Exercice 2 (5 points)

Partie A

Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation suivante :

$$z^2 + 2\sqrt{3}z + 4 = 0$$

Partie B

$a = -\sqrt{3} + i$; $b = \dfrac{-2}{\sqrt{3}+i}$ et $c = 2(\dfrac{\sqrt{3}+i}{2})^3$

1. Déterminer le module et l'argument des nombres a, b et c puis écrire b et c sous la forme algébrique.
2. Placer dans un repère orthonormé $(O;\vec{u};\vec{v})$ d'unité graphique 2 cm les points A, B et C d'affixes respectives a, b et c.
3. $d = \dfrac{-\sqrt{3}+3i}{2}$

   Soit D le point d'affixe d. Montrer que les points A, B et C sont sur un cercle de centre D dont on déterminera le rayon.

Exercice 3 (5 points)

Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par

$$f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x}$$

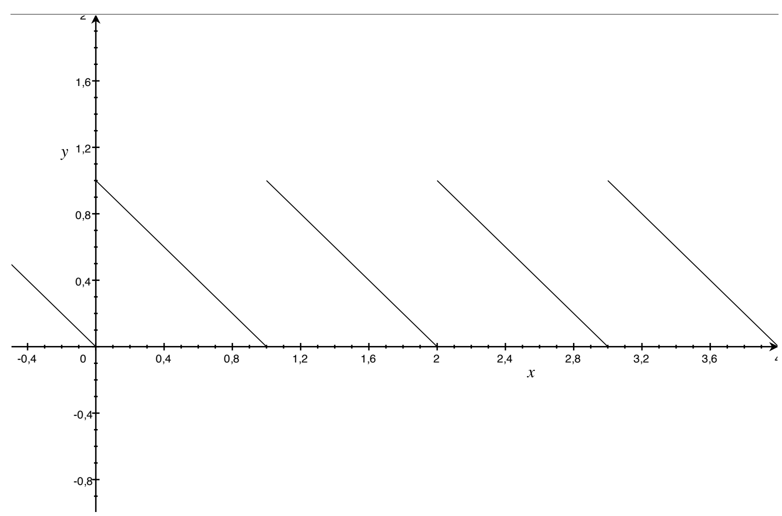
Comportement asymptotique de f

1. Vérifier que $f(x) = x - 1 + \dfrac{1}{x}$
2. En déduire que la courbe représentative de f admet une asymptote oblique D en $+\infty$ dont on donnera l'équation.
3. Calculer $\lim_{x\to 0^+} f(x)$
4. En déduire que la courbe représentative de f admet une asymptote en 0 dont on précisera la nature.

Variations de f

1. Vérifier que la fonction dérivée de f est définie par $f'(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x}$
2. En déduire le tableau de variations de f sur $]0;+\infty[$

Exercice 4 (5 points)



Ci-dessus est donné le graphique d'une fonction périodique de période 1.

1. Par un argument géométrique calculer la valeur moyenne de f sur une période.
2. Déterminer l'équation de la droite représentative de f sur $[0;1]$
3. On rappelle que la valeur moyenne de f sur l'intervalle $[a;b]$ est donné par

$$m = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$$

   Retrouver la valeur obtenue en 1. en calculant une intégrale.